



MATHEMATIK ENTDECKEN

PRAXISIDEEN UND HINTERGRÜNDE ZUR FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

ÜBER DIE BROSCHÜRE

Besser als jede andere Bildungsinstitution kann die Kita aus dem Alltag und aus dem Spiel heraus die Interessen der Kinder wahrnehmen und gut begleiten. Gerade für die frühe mathematische Bildung ist das von besonderer Bedeutung. Denn in fast jeder Alltagssituation und in fast jedem Spiel steckt auch Mathematik: Beim Kochen und Backen werden Zutaten abgewogen, Pizza wird in vier gleich große Teile geteilt oder ein Apfel in zwei Hälften geschnitten. Bei Bewegungsspielen werden gleich große Gruppen gebildet oder jedes Kind sucht sich einen Partner. Indem Aufmerksamkeit auf diesen Aspekt gelenkt wird, werden die Kinder dabei unterstützt, sich innerhalb ihrer Interessen intensiver mit mathematischen Fragestellungen zu beschäftigen.

Das Ziel dieser Broschüre ist es, das Wissen zur frühen mathematischen Bildung zu vertiefen und den Blick von pädagogischen Fachkräften zu schärfen, damit sie Situationen wahrnehmen, in denen Kinder zufällig einem mathematischen Thema begegnen. Das bewusste Handeln in diesen Situationen und das gemeinsame Reflektieren mit den Kindern, bei dem deren Ideen und Lernprozesse festgehalten werden, schafft neue Erkenntnisse und bildet die Grundlage, um miteinander einzuschätzen, wie gut sich das Kind in der Welt der Mathematik schon zurecht findet.

Die Broschüre besteht aus zwei Teilen.

Im ersten Teil werden *Hintergründe* zur frühen mathematischen Bildung vorgestellt. Dabei geht es um Anforderungen an die mathematische Bildung, die in den *Bildungsplänen* formuliert werden. Trotz der jeweiligen Unterschiede gibt es fünf Kernbereiche, die von allen Bundesländern aufgegriffen wurden und als Basiskompetenzen gelten können. Daran anschließend folgt der *Blick vom Kind aus*: Kinder bringen von Geburt an eine Reihe geistiger Fähigkeiten mit, die ihnen den Einstieg in die Mathematik erleichtern. Zudem sind sie im Kita-Alter in einer sehr intensiven Entwicklungsphase, so dass eine Förderung der Kinder in dieser Zeit die mathematische Entwicklung besonders gut unterstützen kann. Die Brücke zwischen den gesellschaftlichen Anforderungen – formuliert in den Bildungsplänen – und den entwicklungspsychologischen Erkenntnissen zum mathematischen Denken wird im Kapitel „Kinder in der frühen mathematischen Bildung begleiten“ – *Pädagogische Leitlinien* der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ geschlagen. In diesem Zusammenhang werden die pädagogischen Leitlinien der Stiftung vorgestellt und erläutert. Daran schließt sich ein Kapitel zur frühen mathematischen Bildung bereichsübergreifend an: Wie lässt sich die Mathematik mit anderen Bildungsbereichen, z. B. den *Naturwissenschaften* verbinden?

Im zweiten Teil der Broschüre werden anhand verschiedener Alltagssituationen *Praxisideen* gegeben, und es wird gezeigt, wie sich Mathematik vielseitig in den Kita-Alltag integrieren lässt und welche *mathematischen Teilkompetenzen* erworben werden können.

INHALT

Über die Broschüre	2
Grußwort	5
UM WAS ES IN DER FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG GEHT – DIE WELT IST VOLLER MATHEMATIK	6–19
Inhalte und Ziele der Bildungspläne	8
Der Blick vom Kind aus	11
<i>Entwicklungspsychologische Erkenntnisse</i>	
<i>Wie sich das Denken der Kinder entwickelt</i>	
<i>Wie Kinder ihren Weg in die Welt der Mathematik finden</i>	
Kinder in der frühen mathematischen Bildung begleiten	16
<i>Pädagogische Leitlinien der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“</i>	
Schnittmengen mit anderen Bildungsbereichen	18
ALLTAGSSITUATIONEN UND IHRE MATHEMATISCHE BEDEUTUNG – MATHEMATIK IM KITA-ALLTAG	20–43
Sortieren und Klassifizieren: <i>Mathematik beim Aufräumen</i>	22
Eins-zu-Eins-Zuordnung: <i>Mathematik beim Tisch decken</i>	24
Zahlenreihe und Mengenvorstellung: <i>Mathematik beim Treppen steigen</i>	26
Zahlaspekte: <i>Mathematische Symbole im Alltag</i>	28
Muster: <i>Mathematik mit Perlen, Bausteinen und Spiegelfliesen</i>	30
Figuren und Symmetrie: <i>Mathematik mit Wasserfarbe und Pinsel</i>	32
Raum-Lage-Beziehungen: <i>Mathematik beim Versteckspiel</i>	34
Formen: <i>Mathematik in der Bauecke</i>	36
Längen und Gewichte: <i>Mathematik beim Messen, Wiegen und Vergleichen</i>	38
Zeitmessung: <i>Mathematik und Uhren</i>	40
Häufigkeiten: <i>Mathematik und Tabellen</i>	42
Verschiedene Bildungskonzepte zur Mathematik	44
Glossar	45
Literaturverzeichnis	48
Lese- und Film-Tipps	49

STIFTUNG HAUS DER KLEINEN FORSCHER

Die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ stärkt bundesweit die frühkindliche Bildung in den Bereichen Naturwissenschaften, Mathematik und Technik. Ihr Ziel ist es, bereits bei Drei- bis Sechsjährigen die Neugier auf Naturphänomene zu fördern und ihnen die Möglichkeit zu geben, beim Experimentieren selbst Antworten auf alltägliche naturwissenschaftliche Phänomene zu finden. Unterstützt wird die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ von der Helmholtz-Gemeinschaft Deutscher Forschungszentren, McKinsey & Company, der Siemens Stiftung und der Dietmar Hopp Stiftung. Gefördert wird die bundesweite Ausbreitung der Stiftungsangebote vom Bundesministerium für Bildung und Forschung. Weitere Informationen unter www.haus-der-kleinen-forscher.de

LIEBE ERZIEHERIN, LIEBER ERZIEHER,

wenn Sie einen Stadtplan lesen, denken Sie dann an Mathematik? Sie erkennen auf dem Stadtplan Straßen, Kreuzungen und Bahnhöfe wieder, obwohl sie in der Wirklichkeit ganz anders aussehen.

Als der erste Stadtplan entstand, waren sich die Kritiker einig, dass kein Mensch sich auf diesen abstrakten Plänen zurecht finden würde. „Wir brauchen doch die Orientierung durch die Bahnhöfe, Straßenführungen, Häuser, Bäume und Geschäfte, das kann doch nicht klappen, wenn wir nur Striche (für die Fahrstrecken) und Punkte (für die Bahnhöfe) sehen.“ Aber auch ihnen gelang es, sich von der konkreten Erfahrung zu lösen und zu erkennen, dass es beim Lesen des Stadtplans egal ist, ob die Straße geteert oder gepflastert ist. Hauptsache, sie führt uns zu unserem Zielort. Genauso ist das bei Bus-, S- und U-Bahn-Plänen.

Mathematik ist Teil unseres Alltags. Oft nehmen wir sie nicht wahr, weil sie so selbstverständlich dazu gehört. Auch Kinder begegnen der Mathematik ständig. Sie sehen fünf Kerzen auf einer Geburtstagstorte, spielen mit Bauklötzen, bewegen sich im Raum oder decken den Tisch für drei Personen. Kinder sammeln konkrete Erfahrungen, entdecken und beschreiben sie, lösen sich schließlich langsam davon und übertragen ihre Beobachtungen auf neue Situationen.

Auch Erwachsene brauchen konkrete Erfahrungen, um darauf aufbauend allgemeine Gesetzmäßigkeiten zu erkennen.

Dieser Schritt, vom Konkreten ins Abstrakte, kann mit Zahlen besonders gut nachvollzogen werden. Die Zahl „drei“ ist losgelöst von der konkreten Erfahrung. Man verbindet mit ihr meistens „drei von irgendetwas“, und es ist offen, ob damit „drei Kinder“, „drei Bäume“ oder „drei Stühle“ gemeint sind. Die Mathematik ist wie die Sprache ein Kulturwerkzeug, wir machen sie uns zunutze, um unseren Alltag besser zu strukturieren.

Mit dieser Broschüre wünsche ich Ihnen, dass Sie gemeinsam mit den Kindern die Mathematik im Alltag besser (wieder-)erkennen und Ihren Blick für die alltägliche Mathematik in der Kita schärfen. Ich wünsche mir, dass Sie gemeinsam mit den Kindern der Mathematik motiviert, mit Freude, Selbstvertrauen und Faszination begegnen.

Dr. Peter Rösner
Geschäftsführer der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“



DIE WELT IST VOLLER MATHEMATIK

„Morgens klingelt mein Wecker *immer zur gleichen Zeit*, mit seinem *besonderen Klingelton*. Die Zeit sagt mir, ob ich noch *fünf Minuten* liegen bleiben kann oder ob ich bereits spät dran bin. Beim Anziehen habe ich eine *bestimmte Reihenfolge*, wann ich welches Kleidungsstück anziehe. Schon wieder befindet sich eine *einzelne* Socke im unteren Fach des Kleiderschranks, die *zweite gleiche* fehlt. Beim *Decken des Frühstückstischs* habe ich die Tasse für Papa vergessen. Heute sind wir nur *zu dritt* am Frühstückstisch, denn meine Schwester ist schon ganz *früh* aus dem Haus gegangen. Schnell noch das Geschirr in die Spülmaschine *sortiert*, und los geht es. Der Weg in die Kita ist nicht weit, wenn ich mich beeile, bin ich vielleicht *die Erste*. Ich freue mich schon auf diesen Tag, denn meine Freundin feiert *heute* Geburtstag, sie wird schon *6 Jahre alt*. Als Geschenk backen wir *heute* gemeinsam einen Geburtstagskuchen. Hoffentlich *wiegt* mein Freund nicht wieder *zu viel* Mehl ab, denn das macht den Kuchen so bröselig!“

Kinder begegnen der Mathematik jeden Tag, an jedem Ort, zu jeder Zeit. Sie entdecken „ihre Mathematik“ täglich neu auf dem Weg vom konkreten Tun zum abstrakten Denken.



INHALTE UND ZIELE DER BILDUNGSPLÄNE

Kinder in ihrer mathematischen Bildung zu fördern gehört zum Auftrag der Kitas. In allen Bildungsplänen ist der Erwerb von mathematischen Grundlagen verankert, jedoch in sehr unterschiedlicher Ausprägung. Einen fachlich begründeten Rahmen für die mathematische Bildung, der die *Vorgaben aller Bildungspläne berücksichtigt*, haben die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter des Projekts „Natur-Wissen schaffen“ unter der Leitung von Wassilios E. Fthenakis¹ erstellt. Demnach gelten für alle Einrichtungen – egal in welchem Bundesland – folgende fünf Bereiche der frühen mathematischen Bildung:



Dinge oder Ereignisse werden ständig nach Ähnlichkeiten bzw. nach Unterschieden geordnet. Beim Sortieren und Klassifizieren werden Kinder in der Einsicht unterstützt, dass Dinge nach verschiedenen Kriterien zusammengefasst werden können. Ihre Abstraktionsfähigkeit, sich nur auf ein bestimmtes Merkmal zu konzentrieren (z. B. auf alle roten Steine) und alle anderen Merkmale auszublenden (z. B. die Größe der Steine), wird gestärkt.

Sortieren und
Klassifizieren

Regelhafte Beziehungen, Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen zu erkennen und zu beschreiben – dies meinen Mathematikerinnen und Mathematiker, wenn sie Mathematik als die „Wissenschaft von den Mustern“ bezeichnen. Gelingt es, Reihenfolgen zu bilden (z. B. nach ihrem Gewicht, ihrer Größe oder ihrem Preis), so unterstützt dies die Einsicht für das Zahlenverständnis und die Zahlreihe, die stets einer bestimmten Reihenfolge, einem bestimmtem Muster folgt.

Muster und
Reihenfolgen

Zeitliche und rhythmische Abfolgen (z. B. Schlaf- und Wachphasen, „vor“ und „nach dem Mittagessen“) helfen den Kindern bei der Orientierung in der Lebenswirklichkeit. Solche Abfolgen bieten Struktur, Sicherheit und Orientierung, nicht zuletzt auf Grund ihrer Wiederholungen.

Zeit

Räumliche Orientierung und räumliches Vorstellungsvermögen ermöglichen es, gezielt Formen und Körper wiederzuerkennen, auf Dinge zuzugehen, Orte wiederzufinden und auch Wege zu planen. Dinge oder Ereignisse werden im Kopf, in der Vorstellung geordnet, d. h., damit werden Strukturen geschaffen, die das Denken beeinflussen.

Raum und Form

Ein großer Teil der frühen mathematischen Bildung besteht darin, Zahlen und Ziffern im Alltag zu entdecken und mit gegenständlichen Mengen zu hantieren. Kindern den Umgang mit Zahlsymbolen („3“), Zahlwörtern („drei“) und der entsprechenden Menge (z. B. „drei Äpfel“) zu ermöglichen zählt zu den Aufgaben der Kita. Mit dieser Ausbildung wird ein wichtiges Fundament für das schulische Mathematiklernen gelegt.

Mengen, Zahlen, Ziffern

¹ Vgl. Fthenakis, W. E., Schmitt, A., Daut, M., Eitel, A., Wendell, A.: Natur-Wissen schaffen. Band 2: Frühe mathematische Bildung. Bildungsverlag Eins, Troisdorf 2009.

In der Kita machen die Kinder zu diesen verschiedenen Bereichen unterschiedliche *konkrete und sinnliche Erfahrungen*. Sie sortieren gesammelte Kastanien und Eicheln in zwei verschiedene Schalen, sie fädeln Perlen nach einer bestimmten Reihenfolge auf, erfahren zeitliche Abfolgen, nehmen mit ihrem Körper verschiedene Positionen (liegend, sitzend, stehend) in einem Raum ein und kommen mit gegenständlichen Mengen, z. B. „einer Menge Äpfel“ in Berührung.

Aufbauend auf diese Erfahrungen knüpft der *Dialog mit den Kindern* an. Die Kinder sollen ermutigt werden, ihre Erfahrungen, Gedanken, Ideen und Fragen zu verbalisieren. Damit werden sie in ihrer *sprachlichen Ausdrucksfähigkeit* gefördert. Sprache und Mathematik sind eng miteinander verknüpft, sie dürfen in der Kita nicht getrennt voneinander gesehen werden. Denn eine Stärkung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit unterstützt die mathematische Bildung und auch umgekehrt: Haben Kinder einen differenzierten Sprachschatz aufgebaut, gelingt es ihnen besser, ihre Gedanken zu formulieren. Es fällt ihnen leichter, die „Sprache“ der Mathematik, die aus Zahlwörtern, Ziffern und Formeln besteht, zu bilden. Mit dieser Sprache kann losgelöst vom Inhalt über Mengen und Ordnungssysteme kommuniziert werden. Gleichzeitig bieten viele mathematische Fragestellungen gute Sprechansätze, die Kinder genau beschreiben zu lassen, was sie beobachten, vermuten und erkennen. Sich sprachlich genau auszudrücken hilft den Kindern auch, *allgemeine Prinzipien und Regelmäßigkeiten*, die hinter ihren Beobachtungen stecken, zu entdecken. Sich von der konkreten und sinnlichen Erfahrung zu lösen und in der Lage zu sein, die Beobachtungen auch auf andere Situationen zu übertragen, führt dann zu einem *vertieften mathematischen Verständnis*.

Ausgehend von den fünf genannten mathematischen Bildungsbereichen hat die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ Experimentierkarten zum Thema Mathematik entwickelt. Diese Experimentierkarten laden ein, gemeinsam mit den Kindern an den verschiedenen Schwerpunktbereichen zu arbeiten. Drei Kompetenzbereiche wurden exemplarisch mit je drei bis vier Beispielen im Kartenformat entwickelt:

- Mengen, Zahlen, Ziffern,
- Flächen und Körper sowie
- Muster und Reihenfolgen

Diese Zusammenstellungen von Beispielen laden ein, zu staunen, sich zu wundern und überrascht zu sein von der Schönheit der Mathematik. Nicht zuletzt geben sie auch Anlass, Fragen zu stellen, regen die Vorstellung und die Gedanken an. Die Karten sollen als Ideenpool dienen, mit dem Einfälle und Handlungen der Kinder im Alltag aufgegriffen und vertieft werden können.

DER BLICK VOM KIND AUS

ENTWICKLUNGS- PSYCHOLOGISCHE ERKENNTNISSE

Von Geburt an bringen Kinder geistige Fähigkeiten mit, die ihnen den Einstieg in die Welt der Mathematik erleichtern.

Die frühe mathematische Bildung setzt bei den Interessen der Kinder an. Sie fördert das Interesse für Formen, Zahlen und Muster in ihrer Lebenswelt und unterstützt die Kinder, Regelmäßigkeiten und Prinzipien zu finden. Damit die Unterstützung gut gelingen kann, müssen sich die Angebote an dem gegebenen Entwicklungsstand des Kinds orientieren und auf einen entwicklungsgemäßen nächsten Schritt hin ausgerichtet sein. Denn die Kinder profitieren dann am meisten von den Angeboten, wenn sie den eigenen Fragen entsprechen und die Kinder weder über- noch unterfordern. Die mathematische Bildung muss daher *entwicklungsgerecht* gestaltet sein.

Eine altersgerechte Förderung wird unterstützt, wenn bekannt ist, wie sich das Denken der Kinder entwickelt und wie Kinder ihren Weg in die Welt der Mathematik finden.

Um diese Fragen beantworten zu können, wurden lange Zeit allgemeine Entwicklungstheorien zur Erklärung herangezogen. Bekannte und einflussreiche Vertreter sind Jean Piaget und Lev Wygotski, deren Forschungsarbeiten das Verständnis der allgemeinen Denkentwicklung von Kindern stark vorangebracht haben. Dennoch ist die Frage, ab wann und auf welche Weise man Kindern am besten helfen kann, mathematische Kompetenzen aufzubauen, mit allgemeinen Theorien nur schwer zu beantworten. In den letzten 20 Jahren entstanden neuere Forschungsansätze zur Entwicklung des Wissens in einzelnen Inhaltsbereichen. Aus diesen bereichsspezifischen Studien gehen sehr viele Erkenntnisse über das alterstypische Wissen zur Mathematik von Kindern im Alter von null bis sechs Jahren hervor. Wie sind das Denken der Kinder allgemein entwickelt und wie speziell die alterstypische mathematische Entwicklung verläuft, sind im nachstehenden Teil überblicksartig zusammengefasst.



DER BLICK VOM KIND AUS

WIE SICH DAS DENKEN DER KINDER ENTWICKELT

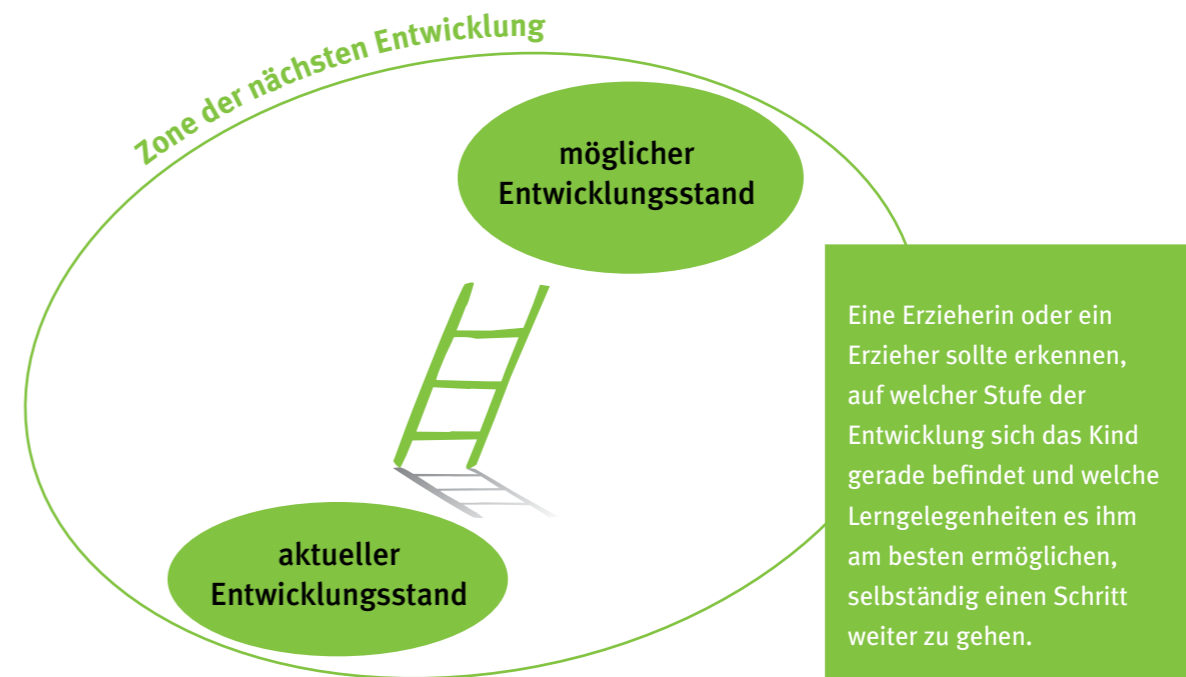
Kinder konstruieren ihre Wirklichkeit Nach Jean Piaget² sind Kinder von sich aus (intrinsisch) motiviert zu lernen. Das bedeutet, dass sie von Anfang an lernen und alles um sich herum entdecken und verstehen wollen. Eine Belohnung von Erwachsenen kann sicherlich motivierend sein, ist aber nicht die Antriebsfeder. Kinder wollen von sich aus denken; sie lernen täglich durch die Auseinandersetzung mit ihrer Welt.

Piaget geht davon aus, dass sich Kinder ihr eigenes Bild von der Welt konstruieren und dadurch aktiv ihren Lern- und Verstehensprozess gestalten. So haben Kinder ihre eigenen Vorstellungen von der Welt und entwickeln diese immer weiter, indem sie neue Erfahrungen sammeln. Deren Integration kann bedingen, dass sie ihre Vorstellungen verändern und diese entsprechend ihrer Erfahrungen (besser an die Realität) anpassen. Sie erweitern ihr Wissen und entwickeln sich dadurch weiter. Entwicklung ist ein ständiger Anpassungsprozess von Vorstellungen und Erfahrungen und hört auch im Erwachsenenalter nicht auf. Bietet beispielsweise ein Erwachsener einem Kind aus einem Bonbonglas eine Süßigkeit an, indem er sagt: „Möchtest du eins?“, so könnte das Kind die Vorstellung aufbauen, das Wort „eins“ beschreibe die Süßigkeit. Sobald das Kind aber weitere Erfahrungen rund um die Süßigkeit (z. B. die Bezeichnung „Bonbon“) und das Wort „eins“ (das es im Zusammenhang mit sehr vielen anderen einzelnen Dingen hört) gesammelt hat, wird es erkennen, dass das Wort „eins“ in diesem Fall nicht der Name für die Süßigkeit ist, sondern die Anzahl beschreibt. Das Kind wird seine Vorstellung von dem Wort „eins“ möglicherweise verändern und entsprechend anpassen.

Denkentwicklung findet im sozialen Umfeld statt Lev Wygotski interessierte sich dafür, wie die Umwelt die kindliche Entwicklung beeinflusst. „Was das Kind heute in der Zusammenarbeit macht, wird es morgen selbstständig zu machen fähig sein“, so Lev Wygotski³. Menschliches Denken entwickelt sich somit stets im sozialen Umfeld. Er spricht von der „Zone der nächsten Entwicklung“, die den Raum der Entwicklungsmöglichkeiten meint, den ein Kind zu einem gegebenen Zeitpunkt besitzt. Diese „Zone der nächsten Entwicklung“ kann das Kind mit geeigneter Unterstützung

durchschreiten, um von seinem aktuellen Entwicklungsstand zu einem neuen zu gelangen. Hierbei hilft die pädagogische Umwelt (in der Grafik mit einer Leiter angedeutet).

Der Entwicklungsschritt kann durch einen Hinweis, eine Frage oder einen Impuls passieren, kann aber auch durch bestimmte Materialien oder andere Anreize ausgelöst werden. Das Kind steigt die Leiter selbst hoch. Es wird nicht von Stufe zu Stufe getragen, sondern erklimmt die Leiter mit eigenem Willen und aus eigener Kraft. Beim Aufstieg können die Kinder unterstützt werden, indem die Leiter „passend steht“. Sie steht dann gut, wenn dafür gesorgt wird, an die Vorerfahrungen, Vorstellungen und Ideen der Kinder anzuknüpfen.



² Vgl. Piaget, J.: Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde. Klett Verlag, Stuttgart 1969 (Originalarbeit erschienen 1936); vgl. auch Pauen, S., Pahnke, J.: Entwicklung des naturwissenschaftlichen Denkens. In: Pauen, S., Herber, V. (Hrsg.): Offensive Bildung – Vom Kleinsein zum Einstein. Cornelsen Scriptor, Berlin 2009.

³ Wygotski, L. S.: Denken und Sprechen. Akademie-Verlag, Berlin 1964 (Originalarbeit erschienen 1934); vgl. auch Pauen, S., Pahnke, J.: Entwicklung des naturwissenschaftlichen Denkens. In: Pauen, S., Herber, V. (Hrsg.): Offensive Bildung – Vom Kleinsein zum Einstein. Cornelsen Scriptor, Berlin 2009.

DER BLICK VOM KIND AUS

WIE KINDER IHREN WEG IN DIE WELT DER MATHEMATIK FINDEN

Um leichter beobachten und einschätzen zu können, auf welchem Entwicklungsstand das Kind gerade ist, hilft eine Übersicht über die alterstypischen mathematischen Kompetenzen von Babys (null bis ein Jahr), Kleinkindern (zwei bis drei Jahre) und Kindern im Kita-Alter (drei bis sechs Jahre).

Diese Zusammenstellung lehnt sich an die Inhalte des Kapitels „Entwicklung des mathematischen Denkens“ von Janna Pahnke und Sabina Pauen im Buch „Vom Kleinsein zum Einstein“ an⁴:

Babys (0–1 Jahr) • Bereits Babys im Säuglingsalter unterscheiden Mengengrößen, wenn sich diese im Verhältnis 1:2 unterscheiden, z. B. 8 Punkte und 16 Punkte (intuitiver Mengensinn).

• Babys entwickeln bei Mengen bis vier ein Verständnis für die Begriffe mehr und weniger, z. B. entscheiden sie sich für die größere Anzahl bei der Wahl zwischen einem oder zwei Keksen (Simultanerfassung – Verarbeitung von Mengen mit geringem Umfang).

„Auf der Seite der Wippe sitzen weniger Kinder als auf der anderen Seite. Dort sitzen mehr Kinder.“

Wörter wie „mehr“ und „weniger“ helfen bei Bezügen auf eine überschaubare Anzahl von Objekten und Personen oder auf Mengen, die sich deutlich unterscheiden.

• Babys haben bereits eine Erwartung, was bei Mengenveränderungen passiert: Eine Menge wird mehr, wenn etwas hinzukommt, und weniger, wenn man etwas wegnimmt.

aktueller
Entwicklungs-
stand

- Kleinkinder benutzen fast von dem Moment an, in dem sie zu sprechen beginnen, Zahlwörter. Mit drei Jahren können sie in der Regel von eins bis fünf zählen und dabei auf Objekte zeigen.

Kleinkinder (1–2 Jahre)

Fingerspiele und Zahlenreime unterstützen die Kinder beim Erlernen der Zahlenreihe durch das spielerische Wiederholen.

„Eins, zwei, drei, wir alle sind dabei,
vier, fünf, sechs,
die Birne ist ein Gewächs,
sieben, acht, neun, du musst es sein!“

- Kinder im Kita-Alter verinnerlichen die Zählprinzipien. All diese Teilaspekte sind wichtig, um richtig zählen zu können, und zeigen, was alles zum Zählen dazugehört:

Kinder im Kita-Alter
(3–6 Jahre)

Eins-zu-Eins-Zuordnung: Jedes Objekt, jede Person wird beim Abzählen mit genau einem Zahlwort benannt. Kinder, die dieses Prinzip begriffen haben, wissen, dass jedem Objekt im Rahmen eines Zählvorgangs genau ein Zahlwort zuzuordnen ist.

Prinzip der stabilen Rangfolge: Die Reihenfolge der Zahlwörter bleibt immer gleich: eins, zwei, drei ... Hat ein Kind die stabile Rangfolge der Zahlwörter verstanden, so weiß es, dass die Abfolge der Zahlen beim Zählen und deren Zuordnung zu den entsprechenden Mengen nie variiert.

Kardinalitätsprinzip: Beim Abzählen gibt das letzte Zahlwort die Anzahl der gezählten Objekte an. Kinder, die das Kardinalitätsprinzip begriffen haben, wissen, dass durch Zählen die Größe einer Menge ermittelt wird.

Prinzip der Irrelevanz der Reihenfolge beim Abzählen: Werden die ersten Prinzipien beachtet, so spielt die Reihenfolge, in der eine gegebene Menge abgezählt wird, keine Rolle. Die Kinder erkennen, dass sie bei einem beliebigen Objekt mit dem Zählen beginnen können.

Abstraktionsprinzip: Zahlwörter beschreiben eine Menge und nicht eine bestimmte Art von Dingen. Mit Zahlwörtern werden also keine konkreten Gegenstände beschrieben, sondern deren Verhältnismäßigkeit zu weiteren Dingen abstrahiert. Es lässt sich fast alles zählen (Hunde, Kinder, Schritte etc.). Hat ein Kind die Abstraktion des Zählvorgangs verstanden, begreift es, dass jede beliebige Art von Objekten auf die gleiche Weise zählbar ist.

- Neben der Zuordnung zwischen Mengen und Zahlwörtern lernen Kinder im Kita-Alter auch den Umgang mit Zahlsymbolen wie Ziffern oder Würfelbildern.

Fragen wie diese bieten den Kindern Lerngelegenheiten, die zum Abzählen motivieren. Auch jegliche Art von Würfelspielen (Würfel mit Punktbildern und Ziffern) und Brettspielen ermöglichen vielfältige Anknüpfungspunkte.

„Wie viele Kinder sind heute hier?“

KINDER IN DER FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG BEGLEITEN

PÄDAGOGISCHE LEITLINIEN DER STIFTUNG „HAUS DER KLEINEN FORSCHER“

Welche Inhalte in den Bildungsplänen zur frühen mathematischen Bildung festgeschrieben sind und wie diese Anforderungen seitens der Kinder und ihrer Entwicklung gemeistert werden können, wurde im vorangegangenen Teil der Broschüre vorgestellt. In diesem Kapitel gilt es jetzt, diese beiden Seiten zu verbinden.

Wie begleiten und unterstützen pädagogische Fachkräfte die Kinder in der Kita am besten dabei, die „Lernleiter“ selbständig hochsteigen zu können?



„Schau mal, so viele Kastanien habe ich gesammelt! Ich will sie heute zählen!“
(Tim, fünf Jahre)

Antwort einer Erzieherin:

„Hier hast du ein paar Becher, vielleicht kannst du sie gebrauchen.“

Hier trifft ein Kind auf eine pädagogische Fachkraft, die ihm die Möglichkeit gibt, seine eigenen Kompetenzen zu nutzen, um Fragen zu beantworten und Probleme selbst zu lösen. Durch das Verhalten der Erzieherin bzw. des Erziehers kann ein ko-konstruktiver Lernprozess in Gang gebracht werden: Die Fachkraft nimmt die Interessen und eigenen Überlegungen des Kinds ernst, stärkt es in seiner Kreativität, hat eine forschende Grundhaltung und setzt diese beim Kind ebenfalls voraus. Sie gibt Hilfestellungen, Anregungen und sieht sich als Begleiterin bzw. Begleiter des Kinds, nicht jedoch als „belehrende“ Instanz, die dem Kind sagt, was es zu tun hat.

Ein solches Lernumfeld, in dem das gemeinsame Forschen und Entdecken gelebt wird, verwirklicht die zentralen Ideen der Ko-Konstruktion. Gemeinsam – mit der Fachkraft oder auch mit anderen Kindern – erweitern alle ihr Wissen und ihr Verständnis. Die Kinder erhalten Anregungen für den eigenen Lösungsweg und für die sich daraus ergebende Reflexion.

„Ich zähle alle Kinder, und dann weiß ich, wie viele wir sind. So viele Teller stelle ich dann auf den Tisch und verteile sie.“ (Lea, fünf Jahre)

Metakognition

„Ich nehme einen Teller für Leon und stelle ihn auf den Tisch, dann einen für Kira und einen für mich.“ (Lukas, vier Jahre)

Zwei Kinder tauschen sich aus, wie sie am besten den Tisch für das Mittagessen decken. Ziel ist es, für jedes Kind einen Teller auf den Tisch zu stellen. Kein Kind soll vergessen werden, und kein Teller zu viel soll auf dem Tisch stehen.

Beide Ideen der Kinder führen zum Ziel. Hier gilt es, mit den Kindern die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten zu besprechen und auszuführen. Die Fachkraft kann dieses Gespräch als Anknüpfungspunkt nehmen, um sich mit den Kindern über deren unterschiedliche Vorgehensweisen auszutauschen.

Sowohl das Dokumentieren als auch das Reflektieren von Gedanken, Handlungen und Ideen helfen dabei, der Entwicklung eines Kinds folgen zu können. Die Reflexion kann z. B. ein Gespräch über mögliche Lösungswege nach einer Handlung sein (wie im Beispiel), oder sie findet vor einer Handlung statt, um Pläne oder erste Ideen zu vergleichen.

Der Austausch über verschiedene Herangehensweisen ist die Voraussetzung dafür, dass jedes Kind für sich persönlich entscheiden kann, welchen Weg es favorisiert (z. B. beim Tisch decken). Für sich selbst zu erkennen, welcher Lösungsweg der beste und sicherste ist, ist eine wichtige lernmethodische Kompetenz.

Gerade für die mathematische Bildung ist es wichtig, dass die Kinder den Sinn ihrer Handlung erkennen. Dabei hilft ihnen der Dialog. Er unterstützt die Kinder, sich von ihren konkreten Erfahrungen zu lösen, um ihre Beobachtungen auch auf andere, ähnliche Problemstellungen zu übertragen.



SCHNITTMENGEN MIT ANDEREN BILDUNGSBEREICHEN

Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik (MINT)

Mathematische Grundkenntnisse und mathematisches Denken sind Kompetenzen, die auch für die Naturwissenschaften, für Informatik und Technik benötigt werden. Der Zusammenhang von Mathematik und Naturwissenschaften wird z. B. ersichtlich, wenn Kinder Naturmaterialien sammeln, diese zählen, sortieren und auf mannigfache Weise anordnen. In naturwissenschaftlichen Projekten werden oft auch mathematische Größen wie Gewicht, Volumen und zeitliche Abstände gemessen, Beobachtungen in Form von Tabellen und Diagrammen dargestellt.

Um Naturphänomene genau zu beschreiben, nutzen kleine und große Forscherinnen und Forscher Messinstrumente. Die meisten davon weisen Zahlenskalen auf, die es ermöglichen, leichter über Veränderungen zu sprechen. Beim praktischen Experimentieren können die Kinder erkennen, dass die Zahlen auf verschiedenen Messinstrumenten immer einer bestimmten Reihenfolge folgen (eben der des Zahlenstrahls). Mit Hilfe der Zahlen gelingt es ihnen, exakter und genauer zu beschreiben, wo Gemeinsamkeiten und Veränderungen auftauchen.

Mathematik und Sprache

Mathematik und Sprache sind eng miteinander verknüpft. In unserer Alltagssprache finden sich viele mathematische Begriffe wie die Zahlwörter oder auch die Raum-Lage-Beziehungen (wie „oben“, „unten“, „rechts“, „links“). Beim Sprechen beschreiben die Kinder ihre Beobachtungen und ihr Handeln. Das hilft ihnen, aus ihrem konkreten Tun allgemeine Gesetzmäßigkeiten abzuleiten.

Mathematik und bildnerisches Gestalten

Auch Mathematik und Kunst stehen oft in einem engen Kontext. So setzen sich beispielsweise Ornamente an Moscheen oder Rosettenfenster an Kirchen aus geometrischen Formen und Mustern zusammen. Museen und Kirchen sind faszinierende Bauten und bieten die Möglichkeit, Kenntnisse aus unterschiedlichen Fachgebieten zusammenzuführen. Die Malerei bedient sich ebenfalls oft geometrischer Formen und Muster, so beispielsweise in Mandalas, symmetrischen und anderen selbst gestalteten Bildern. Gerade symmetrische Bilder wirken oft in sich geschlossen und werden als sehr ästhetisch wahrgenommen. Bereits Kindern gelingt es mit großer Neugier und viel Ehrgeiz, verschiedene Formen, Symmetrien und Muster in ihren Bildern (wieder) zu entdecken.

Mathematik und Musik

Zu den verbindenden Elementen von Mathematik und Musik gehören der Rhythmus und das Erkennen und Wiederholen von Mustern und Regelmäßigkeiten. Das Zusammenspiel und Erleben von Raum und Zeit ist bei musikalischen Aktivitäten immer bedeutsam. Kinder lieben es, zur Musik zu tanzen. Dabei müssen sie sich im Raum orientieren (Positionen und Richtungen wie „rechts“, „links“, „vorne“ und „hinten“ werden mit dem ganzen Körper erlebt). Auch jede Schrittfolge im Tanz ist demnach Mathematik.

Mathematik und Bewegung

Mathematik und Bewegung sind nicht voneinander zu trennen. Mit unterschiedlichen Bewegungen werden räumliche Dimensionen wie vorwärts, rückwärts, hoch, tief, gerade, diagonal entdeckt. Den Raum zu erfahren und sich im Raum orientieren zu können ist Mathematik.

Auch in vielen Bewegungsspielen werden Bewegung und Mathematik immer wieder verzahnt. In Hüpfspielen wird der nächste Sprung durch eine bestimmte Zahlenanordnung vorgegeben, bei der Einteilung in zwei Mannschaften helfen Zahlen. Auch beim Spiel können immer wieder geometrische Formen (z. B. bestimmte Formen auf Turnhallenböden) und Muster (z. B. das Muster eines Balls) entdeckt werden.



ALLTAGSSITUATIONEN UND IHRE MATHEMATISCHE BEDEUTUNG

MATHEMATIK IM KITA-ALLTAG

Ob in der Bauecke, beim Malen, Tisch decken oder auf dem Spielplatz, Mathematik kommt überall vor. Auf den folgenden Seiten werden exemplarisch verschiedene Alltagssituationen aus der Kita vorgestellt und auf ihre mathematische Bedeutung hin beleuchtet.

Die Reihenfolge der beschriebenen Alltagssituationen orientiert sich an der alters-typischen Entwicklung der Kinder. So beginnen bereits sehr junge Kinder, ihre Umwelt zu sortieren und zu klassifizieren und lernen, sich zu orientieren. Der Umgang mit Längen, Gewichten, Zeitmessungen und Häufigkeiten ist eher für etwas ältere Kinder interessant und wird somit zum Ende der Broschüre aufgeführt.



SORTIEREN UND KLASSIFIZIEREN

MATHEMATIK BEIM AUFRÄUMEN

Ideen Wenn Kinder verschiedene Materialien sortieren, ist das ein guter Anlass, um die Situation im mathematischen Kontext aufzugreifen. Möglicherweise sollen Perlen oder Stifte nach Farben geordnet, Bausteine nach ihrer Art (Holz- oder Plastiksteine) sortiert oder auch Schrauben und Knöpfe nach selbst bestimmten Kriterien verteilt werden. Im Herbst eignen sich auch Naturmaterialien wie Kastanien oder Eicheln gut zum Sortieren. Die Kinder können Materialien nach verschiedenen Kriterien sortieren.

Beispielsweise nach

- der Art der Materialien („alle Kastanien, alle Buntstifte“),
- nach der Farbe („alle roten Stifte“),
- nach der Form („alle Bausteine mit gleichgroßen Flächen“) oder auch
- nach der Größe („kurz/lang“).

Im Dialog mit der Erzieherin oder mit dem Erzieher kann das Kind seine Vorgehensweise selbst wählen und erklären. Während einige Kinder die Stifte vielleicht nach der Farbe sortieren, haben andere die Stifte nach dem Merkmal „kurz“, „nicht kurz = lang“ sortiert. Dabei kann auch besprochen werden, welche Vor- und Nachteile die Sortierung hat:

Nach der Farbe zu sortieren ist sinnvoll, um schnell den richtigen Farbstift für ein Bild zu finden, nach der Länge hingegen, um abzuschätzen, welche Stifte bald nachgekauft werden müssen.

Gelingt es den Kindern, auch das Merkmal einer Sortierung zu erkennen, die sie nicht selbst vorgenommen haben?

Mögliche Lernerfahrungen

- Den Kindern ist bewusst, dass sie die Materialien nach einem bestimmten Merkmal (z. B. nach der Farbe) sortiert haben.
- Den Kindern ist bewusst, dass sie nach verschiedenen Merkmalen sortieren können (z. B. nach der Farbe oder der Stiftart).
- Auch nach zwei Merkmalen, z. B. der Farbe und der Größe („alle großen, roten Bausteine ...“) kann sortiert werden.

„Sortieren“ wird oft auch „Klassifizieren“ genannt. In der Mathematik wird damit das „Zusammenfassen von Objekten nach Übereinstimmung oder nach Unterschieden“ beschrieben. Dabei sind aber nur bestimmte Merkmale wichtig, die vorher individuell festgelegt werden können (z. B. „alle roten Knöpfe“). Es ist egal, ob die Knöpfe groß oder klein sind, wichtig ist in diesem Fall nur die Farbe.

Beim Zählen und Rechnen spielen Sortieren und Klassifizieren eine wichtige Rolle. Sollen z. B. die Äpfel aus einem Obstkorb gezählt werden, so ist es eine der ersten Aufgaben, die verschiedenen Früchte nach dem Merkmal „Apfel“ und „kein Apfel“ zu sortieren. In dem Moment ist es egal, ob die Früchte grün oder rot sind, entscheidendes Merkmal ist die Obstsorte.

Fachlicher Hintergrund



EINS-ZU-EINS-ZUORDNUNG

MATHEMATIK BEIM TISCH DECKEN

Ideen Das Tisch decken bietet einen guten Kontext für die frühe mathematische Bildung. Schon ganz kleinen Kindern gelingt es, den Tisch für alle zu decken, wenn sie für jedes Kind genau einen Teller auf den Tisch stellen. Sitzen beispielsweise schon alle Kinder am Tisch, so kann ein Kind die Teller mit „einen für Lisa, einen für Thea, einen für Julian“ verteilen. Eine weitere Möglichkeit, die richtige Anzahl von Tellern auf den Tisch zu stellen, ist das Abzählen der Kinder. „Wir sind heute zwölf Kinder, also brauchen wir insgesamt zwölf Teller.“ Hier wird vorausgesetzt, dass die Kinder bereits richtig abzählen können und eine Mengenvorstellung haben.

Verschiedene Lösungswege können mit den Kindern im Dialog herausgearbeitet werden. Während einige Kinder sicherlich schon abzählen und mit der Summe der Kinder und der Summe von Tellern umgehen können, gilt es hier, auch gezielt die jüngeren Kinder bei der Eins-zu-Eins-Zuordnung zu unterstützen. Ähnliche Situationen wie beim Tisch decken entstehen beim täglichen An- und Ausziehen: ein Fuß – ein Schuh; eine Hand – ein Handschuh; ein Kopf – eine Mütze usw.



Aufbauend darauf, können die Kinder auch lernen zu erkennen, dass zwei Mengen in ihrer Größe verglichen werden können, ohne dass sie abgezählt werden müssen.

Beispiel: Es gibt hier soundso viele Stühle. Reichen diese Stühle, damit jedes Kind einen Sitzplatz hat?

Welche Ideen haben die Kinder? Eine Möglichkeit besteht darin, dass sich jedes Kind auf einen Stuhl setzt und dann das Ergebnis betrachtet wird. Ist noch ein Stuhl übrig? Oder sind alle Stühle belegt und einige Kinder stehen noch? Gibt es also mehr Stühle als Kinder oder umgekehrt?

- Einige Kinder erkennen, dass sie für jedes Kind genau einen Teller auf den Tisch stellen können.
- Einige Kinder zählen die Gesamtzahl der Anwesenden zunächst ab, sagen bei jedem Kind ein Zahlwort und können anhand des zuletzt genannten die entsprechende Menge an Tellern auf den Tisch stellen.
- Die Kinder erkennen, dass sie zwei Mengen (z. B. die Menge von Kindern und die Menge von Tellern) in ihrer Größe (Anzahl der Elemente) vergleichen können, ohne die einzelnen Mengen abzuzählen.

Wenn jedem Element (z. B. jedem Kind) genau ein anderes Element (z. B. ein Teller) zugeordnet wird, spricht man von der Eins-zu-Eins-Zuordnung. Von zentraler Bedeutung ist die Eins-zu-Eins-Zuordnung für das Zählen. Gegenständliche Eins-zu-Eins-Zuordnungen wie Dosen zu Deckeln, Tassen zu Tellern oder auch Eins-zu-Eins-Zuordnungen wie eine Zahnbürste zu einem Kind bieten gute Vorerfahrungen für die Kinder. Diejenigen, die dieses Prinzip verstanden haben, erkennen, dass jedem Objekt im Rahmen eines Zählvorgangs genau ein Zahlwort zuzuordnen ist.

Beispiel: In einem Bücherregal sollen die Bücher abgezählt werden. Während des Abzählens wird jedes Buch kurz mit dem Finger angetippt, und bei jedem Tippen wird das entsprechende Zahlwort („eins, zwei, drei ...“) laut gesagt. Das hilft, um kein Buch zu vergessen und um keins doppelt zu zählen.

Mögliche Lernerfahrungen

Fachlicher Hintergrund

ZAHLENREIHE UND MENGENVORSTELLUNG

MATHEMATIK BEIM TREPPEN STEIGEN

Ideen Die Gestaltung einer „Zahlentreppe“ bietet sich an, um die Zahlenreihe zu üben. Gut geeignet sind laminierte Karten, auf denen jeweils eine Ziffer zu sehen ist. Die Ziffer „0“ sollte auf den Boden geklebt werden, jede weitere Ziffer auf die jeweils nachfolgende Stufe. Beim Hinauf- oder Hinuntergehen können die Zahlen jeweils von der Erzieherin bzw. vom Erzieher und den Kindern benannt werden. Perspektivisch wäre es schön, wenn die Kinder auch nur durch die Ziffern angeregt werden, ab und zu die Zahlen mitzusprechen. Es ist gar nicht schlimm, wenn die Kinder die Zahlenreihe dann erst wie ein Gedicht auswendig aufsagen und noch keine Vorstellung von den Zahlen haben. Dieses automatisierte Aufsagen, wie es auch bei Fingerspielen, Reimen oder Liedern zu beobachten ist, hilft die Zahlenreihe zu festigen. Den Kindern fällt es dann leichter, sich auf weitere Erkenntnisse rund um die Zahlen einzulassen.

Auf der Zahlentreppe kommen die Kinder zum ersten Mal mit der Ziffernschreibweise in Berührung. Auch wenn sie diese in der Kita nicht schreiben müssen, fällt es ihnen aber leichter, Zahlen und Ziffern im Alltag wiederzufinden.

Die Zahlentreppe bietet sich zudem an, die Mengenvorstellung der Kinder zu vertiefen. So können z. B. auf der fünften Stufe auch fünf Punkte abgebildet werden. Mit jeder Stufe vergrößert sich die Menge der Punkte um genau einen Punkt. Eine Treppe mit gleich hohen Stufen hat dabei noch den Vorteil, dass sich die Einsicht festigt, dass der Abstand zwischen den Zahlen gleich ist. So ist z. B. der Abstand zwischen „zwei“ und „drei“ der gleiche wie zwischen „fünf“ und „sechs“.

Für ältere Kinder eignet sich die Zahlentreppe auch gut, um leichte Additions- und Subtraktionsaufgaben zu beantworten: „Auf welcher Zahl steht ihr, wenn ihr zwei Stufen weiter hoch oder runter geht?“ Auch ein Zählen in Schritten kann hier geübt werden: „Nennt doch mal die Zahlen auf den Stufen, wenn ihr immer eine Stufe überspringt!“

Mögliche Lernerfahrungen

- Die Kinder lernen die Zahlenreihe kennen und können sie richtig wiederholen.
- Die Kinder sehen, wie die Ziffern geschrieben werden und können sie im Alltag wiedererkennen.
- Die Kinder ordnen beim Auf- und Absteigen jeder Treppenstufe genau ein Zahlwort zu.
- Die Kinder erkennen, dass sie beim Vorwärtszählen mit jedem Zahlwort eine Stufe höher kommen, beim Rückwärtszählen ist es entsprechend umgekehrt.
- Die Kinder entwickeln ihre Mengenvorstellung weiter.
- Einige Kinder beantworten leichte Additions- und Subtraktionsaufgaben (z. B. „Wenn ich von der fünften Stufe zwei Stufen zurückgehe, lande ich auf der dritten Stufe.“).

Fachlicher Hintergrund

Die Zahlwörter in derselben (richtigen) Abfolge zu nennen ist eine wichtige Voraussetzung für das Zählen und Rechnen. Kinder sagen diese zu Beginn wie ein Gedicht auf. Eine genaue Vorstellung, was die einzelnen Zahlwörter bedeuten und wie mit ihnen umgegangen werden kann, entwickelt sich mit der Zeit. Aber genau das „Aufsagen“ gilt es, wertzuschätzen. Denn wer diesen Prozess sicher und fast automatisiert beherrscht, wird die Verarbeitung neuer Informationen leichter bewältigen.

Zahlwörter, Ziffern und auch deren Mengen miteinander in Verbindung zu bringen scheint für Erwachsene fast selbstverständlich zu sein. Kinder müssen erst erkennen, dass das Zahlwort „fünf“, etwas mit der Ziffer „5“ und der Menge, z. B. „fünf Stifte“, zu tun hat. Gerade die Mengenvorstellung zu festigen (fünf Äpfel sind mehr als zwei; zur fünften Treppenstufe bin ich mehr Stufen hochgestiegen als zur zweiten etc.) ist eine zentrale Aufgabe für das spätere sichere Operieren in der Welt der Zahlen.



ZAHLASPEKTE

MATHEMATISCHE SYMBOLE IM ALLTAG



Mit Kindern auf die Suche nach Ziffern und Ereignissen (z. B. dritter Geburtstag) zu gehen, führt zu interessanten Entdeckungen. In der Kita finden sich z. B. Seitenzahlen in Büchern, Raumnummern, Kalendern und Uhren. Aus dem Alltag kennen die Kinder Hausnummern, Nummern auf Fußballtrikots, Fußballergebnisse, Autokennzeichen, Schuhgrößen und vieles mehr.

Die Ergebnisse der Kinder sollten gemeinsam dokumentiert werden. Eine Wandzeitung und/oder ein Ausstellungstisch zu den Zahlen von eins bis zehn bieten sich an, um diese Alltagsbegegnungen aufzumalen, Fotos aufzukleben oder für die Zahl bedeutsame Repräsentanten zu zeigen.

Dabei ist eine Zeichnung von drei Bällen auf der „Seite 3“ ebenso erwünscht wie ein Bild der dreijährigen Kinder, ein Dreirad, ein Dreieck, der Dreimeterturm im Schwimmbad, die Medaille vom dritten Platz oder die „3“ als Zahlzeichen der Zahlzeichenkombination „13“ und jegliche weitere gut begründete Idee der Kinder.

In den Gesprächen mit den Kindern bieten sich auch Themen zum „Sinn“ von Zahlen an, z. B. über Hausnummern, um Häuser einer Straße zu finden, über Maßangaben (Jahre, Meter, Stunden etc.), die es erlauben, genaue Beschreibungen zu machen oder auch über das Wort „Dreieck“, weil es schon verrät, dass die Form drei Ecken hat.

- Den Kindern wird bewusst, dass ihnen Zahlen in verschiedenen Alltagssituationen begegnen.
- Die Kinder lernen, dass Zahlen abstrakt sind, sie nicht wie Namen ein Objekt oder eine Person bezeichnen, sondern in unterschiedlichen Kontexten verwendet werden.
- Die Kinder stärken ihr Verständnis für den flexiblen Einsatz von Zahlen.

Kinder entdecken Zahlen in ganz unterschiedlichen Kontexten. Je nach Zusammenhang können Zahlen verschiedene Aspekte bezeichnen:

Zahlen beschreiben die Anzahl der Elemente einer Menge („drei Äpfel“), sie stehen für eine Folge, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe durchlaufen wird (als drittes Kind in der Kita angekommen), sie sind Maßzahlen für Größen (drei Jahre alt), sie bezeichnen die Wiederholungen einer Handlung (dreimal gehüpft), oder sie dienen als Code (Telefonnummer „3538“).

Ideen

Mögliche Lernerfahrungen

Fachlicher Hintergrund

MUSTER

MATHEMATIK MIT PERLEN, BAUSTEINEN UND SPIEGELFLIESEN

Kinder können oft dabei beobachtet werden, wie sie sich in vielen unterschiedlichen Situationen mit Mustern beschäftigen. In der Bauecke verbauen sie z. B. die verschiedenfarbigen Bausteine in einer bestimmten Reihenfolge, fädeln Perlen nach bestimmten Kriterien auf und entdecken auf ihrem Pullover oder ihrem Schal, auf den Fliesen im Badezimmer oder auf einer Tapete regelmäßige Wiederholungen.

Im Dialog können die Kinder ermutigt werden, ihre Muster zu beschreiben, und zu erkennen, nach welcher Gesetzmäßigkeit diese erstellt wurden („nach dem blauen Stein kommt immer ein gelber, dann wieder ein roter ...“).

Während einige Kinder bei der Beschreibung ihrer eigenen Muster bleiben, können andere auch dazu angeregt werden, z. B. das Muster einer Perlenkette weiterzuführen, das ein anderes Kind begonnen hat. Anspruchsvoller ist es, das Muster (z. B. der Kette) nur in Gedanken fortzuführen und es aus der Vorstellung heraus zu beschreiben.

- Die Kinder führen im handelnden Umgang Wiederholungen durch.
- Die Kinder erkennen Wiederholungen.
- Die Kinder benennen Regelmäßigkeiten und können Gesetzmäßigkeiten daraus ableiten.

Mathematik wird von vielen Mathematikerinnen und Mathematikern als die „Wissenschaft von Mustern“ verstanden. Das können die sichtbaren Muster von Tapeten sein, bei denen es gilt, Ordnungssysteme zu erkennen. Werden diese Ordnungssysteme und Regelmäßigkeiten bewusst wahrgenommen oder z. B. weitergeführt, so sind das wichtige Erfahrungen für das schulische Mathematiklernen. Es werden Regeln und Gesetzmäßigkeiten erkannt. In Mustern herrscht eine strenge Logik, denn Elemente wiederholen sich in einer bestimmten Reihenfolge. Wer die Regelmäßigkeit von Mustern versteht, dem fällt es später leichter, zu begreifen, dass auch die Zahlenreihe ein Muster hat. Nach 42 kommt immer die 43, weil der 2 auch die 3 folgt.

Ideen

Mögliche Lernerfahrungen

Fachlicher Hintergrund

Tipp:
Sehr schöne Muster entstehen auch mit Hilfe von zwei Spiegelfliesen, die wie ein Buch zusammengeklebt wurden und zwischen die verschiedene kleine Gegenstände gelegt werden.



FIGUREN UND SYMMETRIE

MATHEMATIK MIT WASSERFARBE UND PINSEL

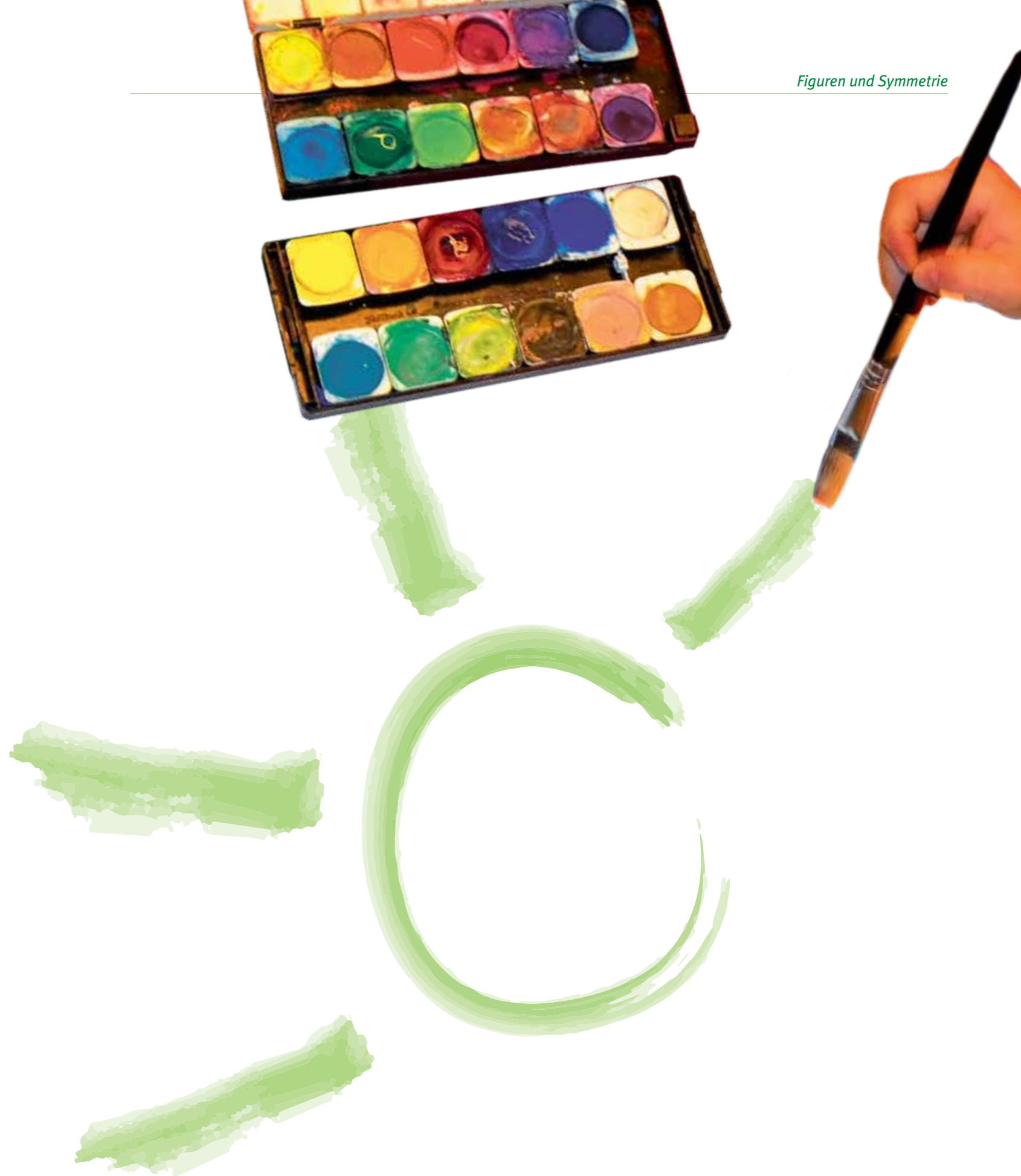
Ideen Durch Zufall oder durch den Impuls eines Erwachsenen haben vielleicht schon einige Kinder sogenannte Klecksbilder gestaltet. Dafür wird ein Blatt Papier zu Beginn durch einen Knick in zwei Seiten geteilt. Eine Seite bemalen die Kinder mit einem Farbklecks und knicken das Blatt erneut. Beim Öffnen des Blatts sehen sie dann ein symmetrisches Bild, wobei die Knickkante auch die Spiegelachse darstellt.

Während einige Kinder von der Ästhetik des symmetrischen Bilds beeindruckt sind, stellen andere vielleicht schon Vermutungen auf, warum das Bild so aussieht, wie es aussieht. Annahmen beim nächsten eigenem Bild, wie „der grüne Punkt ist jetzt hier (rechts oben), und gleich ist der bestimmt auch hier (links oben)“, sind zu fördern.

Interessant ist es auch, wenn die Kinder einen Spiegel auf die Knickkante stellen. Spiegel erzeugen immer ein symmetrisches Gesamtbild. Lassen die Kinder mit Hilfe eines Spiegels und kleinen bunten Punkten, Perlen oder Steinchen neue symmetrische Bilder entstehen, so können diese auch fotografisch festgehalten werden. Symmetrische Bilder werden häufig als in sich geschlossen, ruhig und schön wahrgenommen. In der Natur und Architektur findet man die Symmetrie sehr oft, denn beispielsweise viele Schmetterlinge, Blumen oder Schlösser sind symmetrisch gezeichnet und gebaut.

- Mögliche Lernerfahrungen**
- Die Kinder stellen eigene symmetrische Bilder her und sammeln erste Erfahrungen zu den Merkmalen von symmetrischen Bildern.
 - Den Kindern wird bewusst, dass ein Spiegel auch ein symmetrisches Bild hervorbringt.

Fachlicher Hintergrund In der Kita soll es den Kindern ermöglicht werden, Symmetrie aus eigenen Handlungserfahrungen und Beobachtungen erkennen zu lernen. Symmetrische Bilder zu finden und selbst herzustellen stärkt die Vorstellungskraft. Im ersten Schritt geht es dabei nicht um mathematische Begriffe und genaue Charakterisierungen.



RAUM-LAGE-BEZIEHUNGEN

MATHEMATIK BEIM VERSTECKSPIEL

Ideen Versteckspiele in den Kita-Räumen oder auf dem Spielplatz bieten sich an, um mit den Kindern über ihre Verstecke zu reflektieren: „Wo hast du dich versteckt?“ „Was ist dein Lieblingsversteck?“ „War dein Versteck bequem?“ „Was hast du gesehen?“ „Welche Körperhaltung hast du eingenommen (liegend, gebückt, in der Hocke ...)?“ Im Dialog beschreiben die Kinder verschiedene Verstecke und die Position, die sie eingenommen haben. Dabei gilt es, Begriffe wie „vor“, „hinter“, „unter“, „auf“ zu betonen. Anspruchsvoller sind Fragen, für die sich die Kinder in eine andere Person oder einen Gegenstand hineinversetzen müssen. Fragen der pädagogischen Fachkraft wie „kannst du mir einen Tipp geben, wo ich mich gut verstecken könnte?“ „Wo wäre ein gutes Versteck für eine kleine gelbe Ente z. B. unter einem Schuhkarton?“ – „Wo eins für einen Besen z. B. hinter der Säule?“

Sich während des Versteckens in die Gedanken des Suchenden hineinzuversetzen verlangt von den Kindern einen Perspektivwechsel. Auch wenn die Kinder aus ihrem Versteck die Sucherin oder den Sucher vielleicht nicht sehen, so können sie selbst gesehen und gefunden werden. Sie müssen sich somit immer wieder in die Perspektive der Sucherin oder des Suchers hineinversetzen, um sicherzustellen, dass sie nicht entdeckt werden.

Wechseln sich die Kinder mit dem Suchen ab und zählen immer bis zehn, bevor sie die Augen öffnen, so festigen sie zudem das Aufsagen der Zahlwortreihe.

Weitere Anlässe, um in der Kita Handlungen und Bewegungen genau zu beschreiben und um Begriffe wie „vor“, „hinter“, „unter“ etc. zu festigen, können das Entwickeln eines Tanzes oder einer kleinen Theateraufführung sein. Ideen der Kinder für einen Tanz, wie „zuerst gehen alle zwei Schritte vor, dann hebt jeder die Arme hoch, anschließend stellen sich alle hinter Lea auf und machen eine Polonaise“, oder Beschreibungen auf der Bühne, wie „die Prinzessin versteckt sich hinter dem König“, sollten hierbei aufgenommen werden.

- Mögliche Lernerfahrungen**
- Die Kinder erfahren ihren eigenen Körper in unterschiedlichen Positionen zum Raum (z. B. liegend, sitzend, in der Hocke).
 - Die Kinder stärken ihre Körperwahrnehmung und sammeln Erfahrungen zur Eigen- und Fremdwahrnehmung.
 - Die Kinder beschreiben ihre Verstecke, Bewegungen und Handlungen.
 - Die Kinder verknüpfen ihre Bewegungen und Handlungen mit Begriffen, um die räumlichen Beziehungen zu beschreiben (z. B. „vor“, „hinter“, „unter“, „auf“ ...) und übernehmen diese in ihren Wortschatz.

Sich in einem Raum zu orientieren, Situationen beschreiben zu können und mit Objekten gedanklich zu operieren sind wichtige Vorerfahrungen für die Orientierung im Zahlenraum. Als Schülerinnen und Schüler lernen die Kinder, sich im Zahlenraum zu orientieren: durch Vorwärtszählen, durch Rückwärtszählen, durch Zählen von verschiedenen Startzahlen, Zählen in Schritten sowie durch das Ordnen und Vergleichen von Zahlen. Dabei hilft es ihnen sehr, wenn die Begrifflichkeiten „vor, hinter, über, unter“ schon durch den handlungsbezogenen Umgang gefestigt wurden.

Von zentraler Bedeutung für eine erfolgreiche mathematische Bildung ist dabei eine gut ausgeprägte Wahrnehmung. Gerade die taktile Wahrnehmung ist Voraussetzung für das Begreifen der Umwelt und für soziale Kontakte des Kinds. Darüber hinaus sind auch eine voll entwickelte visuelle Wahrnehmung (z. B. gutes beidäugiges Sehen, Auge-Hand-Koordination, die Fähigkeit, einen Gegenstand zu fixieren und Bewegungen zu verfolgen) und die auditive Wahrnehmung für die (sprachliche) Aneignung und die Bedeutungskonstruktion wesentlich.

Fachlicher Hintergrund



FORMEN

MATHEMATIK IN DER BAUECKE

Ideen In der Bauecke können aus den vielen verschiedenen Bausteinen Häuser, Türme oder andere Figuren gebaut werden. Die Kinder suchen sich „ihren“ Baustein aus und können dessen Flächen nacheinander anmalen, stempeln oder den Baustein aus Knete nachbauen. Sie können auch neue, selbst ausgedachte Figuren entwickeln. Als Material eignen sich zudem Kartoffeln oder Schwämme, mit denen sich schnell einfache Stempel herstellen lassen.



Dieser Prozess kann bei einzelnen Kindern mit Forscherfragen vertieft werden:

- „Was vermutest du, was siehst du, wenn du diese Seite des Bausteins stempelst?“
- „Möchtest du es vorher mal aufzeichnen?“
- „Hast du eine Idee, wie viele Flächen der Baustein insgesamt hat?“
- „Wie könntest du herausfinden, ob alle Flächen gleich groß sind?“ „Oder sind nur einige gleich groß?“

Aufbauend darauf, können die älteren Kinder versuchen, nur die Ecken und Kanten eines Bausteins (in einem Modell) nachzubauen. Dafür legen sie am besten eine Handvoll Erbsen über Nacht in ein Glas mit Wasser. Die kleinen Erbsen saugen das Wasser auf und werden weich. Mit Zahnstochern oder anderen Holzspießchen (als Kanten) und Erbsen (als Ecken) erstellen die Kinder neben ihrem Baustein auch neue Kunstwerke. Die Konstruktionen der Kinder können auf Anregung der Erzieherin oder des Erziehers in die Höhe oder mehr in die Breite gebaut werden. Bleiben die Kunstwerke eine Nacht liegen, gewinnen sie an Stabilität, denn die Erbsen erhärten wieder. Insgesamt kommt es nicht darauf an, nur Kantenmodelle von geometrischen Figuren wie Würfeln oder Quadern zu haben, sondern die handelnde Erfahrung steht im Vordergrund.

- Die Kinder erfahren, dass es unterschiedliche Flächen und mathematische Körper gibt.
- Die Kinder sammeln erste Erfahrungen zur Unterscheidung von Körpern und Flächen.
- Die Kinder erkennen bestimmte Eigenschaften von Körpern und Flächen (Anzahl der Ecken, Kanten, Flächen).

Mögliche Lernerfahrungen

Beim Basteln und durch den Umgang mit Bausteinen lernen Kinder schon früh verschiedene Formen von mathematischen Körpern und deren Eigenschaften kennen. Erkennen die Kinder das Typische einer Form, so fällt es ihnen leichter, diese wiederzufinden und sich insgesamt besser zu orientieren.

Durch Stempeln können die Eigenschaften der Formen in Bezug auf die Fläche vertieft werden. Der Stempelabdruck ist dabei zweidimensional, der Bauklotz selbst dagegen dreidimensional. Die Vorstellungskraft läuft daher auf Hochtouren. Insgesamt geht es nicht um Begrifflichkeiten der geometrischen Formen (Quadrat, Kreis, Rechteck) oder Figuren (Würfel oder Quader), sondern um erste handelnde Erfahrungen mit Eigenschaften verschiedener Körper.

Fachlicher Hintergrund

LÄNGEN UND GEWICHTE

MATHEMATIK BEIM MESSEN, WIEGEN UND VERGLEICHEN

Ideen Kinder ziehen selbst immer wieder Vergleiche, die als Anlass genutzt werden können, um mathematische Bezüge herzustellen: Es kann die Größe der Kinder sein („Ich bin schon größer als du.“) oder auch das Wiegen im Kaufladen („Die Äpfel hier sind schwerer als die Birnen.“).
Vergleichen sich die Kinder in ihrer Größe, so könnte die Anregung gegeben werden, ein „Körperband“ zu basteln, d. h. einen Faden abzumessen, der genauso lang ist wie das



jeweilige Kind selbst. Mit diesem „Körperband“ können die Kinder nun in der Kita Gegenstände suchen, die größer oder kleiner sind als sie selbst. Vor dem jeweiligen Abmessen können die Kinder zuerst eine Vermutung äußern, die sie dann überprüfen. „Finden einige Kinder auch Gegenstände, die halb so groß sind wie sie selbst?“

Die Größe der Kinder wird auf einer alten Tapete oder einer Tafel notiert. Zum Geburtstag gehört dann z. B. das Ritual, sich noch einmal zu messen. So können die Kinder sehen, wie viel sie in einem Jahr gewachsen sind. Vielleicht vergleichen auch einige Kinder ihr eigenes Wachstum, mit dem eines anderen Kinds. „Wachsen alle Kinder ungefähr gleich viel in einem Jahr?“

Um Gegenstände oder Ähnliches bezüglich ihres Gewichts zu vergleichen, bietet sich eine Balkenwaage an. Begrifflichkeiten wie „schwerer“ und „leichter“ sind hier wünschenswert. Eine vom Prinzip her ähnliche Waage kann aus einem Kleiderbügel (siehe Abb. auf Seite 21) gebastelt werden, an dessen Enden jeweils ein leerer Joghurtbecher hängt. Die Kippbewegung zeigt an, welcher Becher schwerer bzw. leichter beladen wurde. Dabei sind auch gerade die Gegenstände interessant, die die gleiche Form haben, aber unterschiedlich schwer sind (z. B. ein Tennisball und eine Metallkugel).

Sowohl bei Gewichten als auch bei Längenmaßen sind vergleichende Begriffe wie „schwerer“, „leichter“, „länger“, „kürzer“, „größer“, „kleiner“, „höher“, „niedriger“ von besonderer Bedeutung. Die Kinder werden durch die pädagogische Fachkraft angeregt, diese Begriffe zur Beschreibung ihrer Beobachtungen zu verwenden.

- Die Kinder erkennen, dass Objekte direkt verglichen werden können (nebeneinander stellen).
- Die Kinder erfahren, dass Objekte auch indirekt mit Hilfe eines dritten Gegenstands (z. B. eines Fadens) verglichen werden können.
- Die Kinder sammeln handelnde Erfahrungen zum direkten und indirekten Vergleich.
- Die Kinder lernen bzw. nutzen Begrifflichkeiten zum Vergleichen.

Mögliche
Lernerfahrungen

Beim Vergleichen und auch um Reihenfolgen zu bilden ist das Ausbilden von Begriffen wie „höher“, „niedriger“, „leichter“, „schwerer“, „mehr“, „weniger“ wichtig. Sie spielen in der Schulmathematik eine entscheidende Rolle und helfen, sich im Zahlenraum sicher zu orientieren.

Zudem ermöglichen indirekte Vergleiche (z. B. der von zwei Größen mit einem Körperfaden) und direkte Vergleiche (z. B. der von zwei Gegenständen mit der Balkenwaage) Erfahrungen, die später den Sinn und die Idee des Messens leichter verständlich machen. Dadurch wird u. a. das Verständnis für indirekte Vergleiche mit Messinstrumenten und deren standardisierten Maßeinheiten erleichtert (z. B. mit einem Zollstock).

Zollstöcke oder Lineale sind den Kindern bestimmt bereits von zu Hause bekannt. Es ist sinnvoll, wenn ihnen diese z. B. in der Bauecke zur Verfügung stehen. Sie können damit spielen, auch wenn sie den Umgang mit ihnen noch nicht sicher beherrschen. Ähnlich ist das mit Waagen. Sicherlich kennen die Kinder schon verschiedene Varianten wie die Küchenwaage, die Obst- oder Wurstwaage im Supermarkt oder die Personenwaage im Badezimmer.

Fachlicher
Hintergrund



ZEITMESSUNG

MATHEMATIK UND UHREN

Kinder sammeln verschiedene Instrumente, mit denen sie eine Zeitdauer messen können. Das können Uhren mit analoger oder digitaler Anzeige sein, Stoppuhren oder auch eine Sanduhr.

Ideen

Die Kinder beschreiben die verschiedenen Uhren und erklären damit, was sie bereits zu den unterschiedlichen Versionen und ihren Funktionsweisen wissen. Während bei der Sanduhr Sandkörner rieseln, bei einer analogen Uhr der Zeiger wandert (räumliche Darstellung), nutzen andere Uhren, wie Stoppuhren, Ziffern und Zahlen, um Zeiteinheiten wie Sekunde, Minute und Stunde anzuzeigen.

Die Kinder können ermutigt werden, bei naturwissenschaftlichen Experimenten gezielt die Zeit eines bestimmten Vorgangs zu messen. Messen im Allgemeinen, und dementsprechend auch die Zeitmessung, hat viel mit Konventionen zu tun. Die Zeitmessung nutzt Einheiten wie Sekunde, Minute und Stunde, um besser vergleichen und messen zu können. Sammeln die Kinder vielfältige Erfahrungen zu verschiedenen Messinstrumenten, so wird ihnen das Verständnis dafür, was das Messen eigentlich bedeutet, erleichtert.

- Die Kinder lernen unterschiedliche Uhren und deren Funktionsweisen kennen.
- Die Kinder erfahren Zeitdauer, zeitliche Abfolgen und Rhythmen.
- Den Kindern wird bewusst, dass sie Zeit messen können.
- Die Kinder beschreiben zeitliche Abfolgen.

Mögliche Lernerfahrungen

Bei der Auseinandersetzung mit Uhren erfahren die Kinder die verschiedenen Funktionen von Zahlen und Ziffern. Zahlen können Zeitpunkte („um 15 Uhr“) und Zeiträume („für drei Stunden“) beschreiben und geben bei Zeitmessungen an, wie viel Zeit vergangen ist. Ziffern finden sich auf vielen Uhren, Kalendern und Stoppuhren. Dabei läuft die Zeit unabhängig vom jeweiligen subjektiven Empfinden ab (auch wenn sie manchmal schnell oder langsam zu vergehen scheint), und sie lässt sich mit einer Uhr ziemlich genau messen.

Fachlicher Hintergrund

HÄUFIGKEITEN

MATHEMATIK UND TABELLEN

Mögliche Anlässe Gespräche über Lieblingsgetränke, Lieblingsspielzeuge und andere favorisierte Gegenstände der Kinder



Im Kita-Alltag lassen sich immer wieder Vorlieben einzelner Kinder feststellen. Das kann beispielsweise bei einem Streit um ein beliebtes Spielzeug deutlich werden. Möglicherweise fühlt sich ein anderes Kind ungerecht behandelt, weil es nicht mit dem Spielzeug spielen darf. Vielleicht stellt sich auch heraus, dass die Kakaokanne beim Frühstück immer zuerst leer ist, wohingegen der Tee stets kalt wird, weil dieser weniger gern getrunken wird.

Falls es um das „beliebte Spielzeug“ geht, kann die Erzieherin oder der Erzieher weiteres Spielzeug ermitteln, mit dem die Kinder sehr gerne spielen. Dafür wird zunächst verschiedenes Spielzeug gesammelt und skizziert. Im Anschluss entscheidet sich jedes Kind für sein Lieblingsspielzeug und kennzeichnet seine Wahl mit einem Foto von sich selbst oder seinem individuellen Kita-Symbol. Während jüngere Kinder noch Unterstützung bei der Orientierung brauchen, gelingt es älteren Kindern vielleicht schon, erste Schlussfolgerungen zu ziehen. Kinderaussagen, wie „*Hier sind die meisten!*“, sind wünschenswert. Und daraus lässt sich die Frage entwickeln, was das nun bedeutet. Werden Regeln gebraucht, damit alle Kinder auch mal mit dem Spielzeug spielen können? Muss es eine Zeitbegrenzung für jeden geben? Die Lösungsideen der Kinder sollten miteinbezogen werden. Eine ähnliche Situation kann entstehen, wenn den Kindern auffällt, dass jeden Morgen zu wenig Kakao da ist. Auch hier bietet es sich an, die Lieblingsgetränke der Kinder zu erfragen und dann entsprechende Konsequenzen für die Vorbereitung des Frühstücks zu ziehen. Dabei geht es nicht darum, mit den Kindern genaue Literangaben zu ermitteln, sondern um die Begriffe wie „mehr“, „am meisten“, „weniger“ und „am wenigsten“ und darum, was das Ergebnis für das Küchenpersonal und die Vorbereitung bedeutet. Die Informationen können auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus dargestellt werden. Ihr Lieblingsspielzeug oder -getränk können die Kinder mit einem Foto von sich selbst kennzeichnen, mit ihrem individuellen Kita-Symbol oder nur mit einem Punkt. Auch kann die Anzahl der Nennungen ermittelt werden, so dass nur noch eine Zahl hinter den verschiedenen Auswahlmöglichkeiten steht.

- Die Kinder tauschen sich über ihre persönlichen Vorlieben aus.
- Die Fachkräfte dokumentieren die verschiedenen Vorlieben aller Kinder.
- Die Kinder entwickeln Begrifflichkeiten weiter, die zum Vergleichen notwendig sind.
- Einigen Kinder gelingt es, erste Schlüsse und Konsequenzen aus der Darstellung zu ziehen.

Die Kinder sammeln Informationen, kategorisieren diese und stellen sie in Form einer Tabelle dar. Tabellen anzulegen und zu lesen hat im Alltag eine große Bedeutung. Ob in Zeitungen oder im Fernsehen, die Darstellung von Daten in Tabellenform findet man sehr oft, weil sie einen guten Überblick über die Situation gibt. Erkennen die Kinder Tabellen in ihrem Alltag wieder, so hilft ihnen dies bei der eigenen Erstellung und bei der Auswertung. Beim Umgang mit Tabellen wird besonders deutlich, dass Mathematik Abstraktion ist. In der grafischen Darstellung lösen sich die Kinder ein wenig von den realen Dingen und schauen auf bestimmte Eigenschaften. Ein Foto, ein Punkt, eine Ziffer verlangen ein gewisses Maß an Abstraktionsfähigkeit.

Ideen

Tipp: Ein Projekt zum Wetter, bei dem beispielsweise Daten über Regentage gesammelt werden, lässt sich gut mit Hilfe eines Kalenders darstellen.

Mögliche Lernerfahrungen

Fachlicher Hintergrund

VERSCHIEDENE BILDUNGSKONZEPTE ZUR MATHEMATIK

Für die frühe mathematische Bildung liegen viele verschiedene Bildungskonzepte und Programme vor. Für das einzelne Kind ist jenes Konzept sinnvoll, das es in seiner mathematischen Bildung unterstützt und voranbringt, das eine gute Leiter darstellt, um dem Kind einen weiteren Schritt in seiner Zone der Entwicklung zu ermöglichen (vgl. Kapitel „Der Blick vom Kind aus“).

Es kommt auf die *Passung* zwischen dem Konzept und dem aktuellen Entwicklungsstand des Kinds an. Dabei sollte eine pädagogische Anregung bei den bestehenden Kompetenzen des Kinds ansetzen und gleichzeitig den nächsten Entwicklungsstand anvisieren. Beherrscht ein Kind beispielsweise schon die mündliche Zahlwortreihe, hat aber noch ein ungefestigtes Verständnis von Zahlsymbolen wie dem Würfel oder von der Eins-zu-Eins-Zuordnung beim Zählen, könnte es etwa vom Spielen einfacher Zahlenbrettspiele profitieren. Ist ein Kind dagegen unsicher in der Abfolge der Zahlwortreihe, singt aber gern, könnte ein Zahlenlied zur Übung der Reihenfolge das Passende sein. Oft suchen sich Kinder auch von selbst Anregungen und Beschäftigungen aus, die ihrem jeweiligen Entwicklungsprozess entsprechen.

Die Erzieherin oder der Erzieher sollten die verschiedenen Konzepte, Ansätze und Spiele somit als pädagogische Leiter betrachten. Je mehr Ansätze sie kennen, desto flexibler und freier können sie auf die mathematischen Gelegenheiten in der Welt reagieren und auf die Fragen und Ideen der Kinder eingehen. Dabei gilt, dass die mathematische Bildung entwicklungsgerecht gestaltet sein muss. Die Bedürfnisse und Fragen der Kinder stehen im Vordergrund.

GLOSSAR

Beim Basteln und durch den Umgang mit Bausteinen lernen Kinder schon früh verschiedene Formen von mathematischen Körpern und deren Eigenschaften kennen. Erkennen die Kinder das Typische einer Form, so fällt es ihnen leichter, diese wiederzufinden und sich insgesamt besser zu orientieren. Dabei geht es nicht um Begrifflichkeiten der geometrischen Formen (Quadrat, Kreis, Rechteck) oder Figuren (Würfel oder Quader), sondern um erste handelnde Erfahrungen mit Eigenschaften verschiedener mathematischer Körper.

Formen

Kinder wissen, dass sie nicht nur größer, sondern auch schwerer werden. Sie kennen Waagen aus der Küche, aus dem Supermarkt oder dem Badezimmer. Um Gewichte zu vergleichen, können die Kinder eigene Waagen herstellen (wie z. B. die in der Praxisanregung aufgeführte Kleiderbügelwaage). Sie bilden Kategorien oder Reihen und erweitern im handelnden Umgang ihren Wortschatz um Begriffe, die zum Vergleichen wichtig sind (leichter, schwerer, am leichtesten, am schwersten).

Gewicht

Die Kinder sammeln Daten, kategorisieren diese und stellen sie in Form einer Tabelle dar. Tabellen anzulegen und zu lesen hat im Alltag eine große Bedeutung. Ob in Zeitungen oder im Fernsehen, die Darstellung von Daten in Tabellenform findet man sehr oft, weil sie einen guten Überblick über die Situation gibt. Erkennen die Kinder Tabellen in ihrem Alltag wieder, so hilft ihnen dies bei der eigenen Erstellung und bei der Auswertung. Beim Umgang mit Tabellen wird besonders deutlich, dass Mathematik Abstraktion ist. In der grafischen Darstellung lösen sich die Kinder ein wenig von den realen Dingen und schauen auf bestimmte Eigenschaften. Ein Foto, ein Punkt, eine Ziffer verlangen ein gewisses Maß an Abstraktionsfähigkeit.

Häufigkeiten und
Tabellen

Längen können direkt und indirekt miteinander verglichen werden. Erkennen die Kinder, dass sie nicht unbedingt zwei Objekte nebeneinander stellen oder legen müssen, um sie in ihrer Länge zu vergleichen, sondern auch ein Messinstrument (wie z. B. den in der Praxisanregung aufgeführten Körperfaden) zum Vergleich zu Hilfe nehmen, so sammeln sie erste Erfahrungen, wie man misst und was es bedeutet zu messen.

Längen

Mathematik wird von vielen Mathematikern als die „Wissenschaft von Mustern“ verstanden. Das können die sichtbaren Muster von Tapeten sein, bei denen es gilt, Ordnungssysteme zu erkennen. Werden diese Ordnungssysteme und Regelmäßigkeiten bewusst wahrgenommen oder z. B. weitergeführt, so sind das wichtige Erfahrungen für das schulische Mathematiklernen. Es werden Regeln und Gesetzmäßigkeiten erkannt.

Muster

In Mustern herrscht eine strenge Logik, denn Elemente wiederholen sich in einer bestimmten Reihenfolge. Wer die Regelmäßigkeit von Mustern versteht, dem fällt es später leichter, zu begreifen, dass auch die Zahlenreihe ein Muster hat. Nach 42 kommt immer die 43, weil der 2 auch die 3 folgt.



Raum-Lage-Beziehungen Sich in einem Raum zu orientieren, Situationen beschreiben zu können und mit Objekten gedanklich zu operieren sind wichtige Vorerfahrungen für die Orientierung im Zahlenraum. Als Schülerinnen und Schüler lernen die Kinder, sich im Zahlenraum durch Vorwärtszählen, durch Rückwärtszählen, durch Zählen von verschiedenen Startzahlen, Zählen in Schritten und das Ordnen und Vergleichen von Zahlen zu orientieren. Dabei hilft es ihnen sehr, wenn die Begrifflichkeiten „vor“, „hinter“, „über“, „unter“ schon durch den handlungsbezogenen Umgang gefestigt wurden.

Sortieren und Klassifizieren „Sortieren“ wird auch oft „Klassifizieren“ genannt. In der Mathematik wird damit das „Zusammenfassen von Objekten nach Übereinstimmung oder nach Unterschieden“ beschrieben. Dabei sind aber nur bestimmte Merkmale wichtig, die vorher individuell festgelegt werden können (z. B. „alle roten Knöpfe“). Es ist egal, ob die Knöpfe groß oder klein sind, wichtig ist in diesem Fall nur die Farbe.

Symbol-Mengen-Zuordnung Zahlwörter, Ziffern und auch deren Mengenangabe miteinander in Verbindung zu bringen scheint für Erwachsene fast selbstverständlich zu sein. Kinder müssen erst erkennen, dass das Zahlwort „fünf“, etwas mit der Ziffer „5“ und der Menge, z. B. fünf Stifte, zu tun hat. Gerade die Mengenvorstellung zu festigen, ist eine zentrale Aufgabe für das spätere sichere Operieren in der Welt der Zahlen.

Symmetrie In der Kita soll es den Kindern ermöglicht werden, Symmetrie aus eigenen Handlungserfahrungen und Beobachtungen erkennen zu lernen. Symmetrische Bilder zu finden und selbst herzustellen stärkt die Vorstellungskraft. Im ersten Schritt geht es dabei nicht um mathematische Begriffe und genaue Charakterisierungen.

Zählprinzipien Um sicher zählen und mit Mengen umgehen zu können, gilt es, verschiedene Prinzipien zu beachten.

- **Eins-zu-Eins-Zuordnung:** Wenn jedem Element (z. B. jedem Kind) genau ein anderes Element (z. B. ein Teller) zugeordnet wird, spricht man von der Eins-zu-Eins-Zuordnung. Von zentraler Bedeutung ist die Eins-zu-Eins Zuordnung für das Zählen. Gegenständliche Eins-zu-Eins-Zuordnungen wie Dosen zu Deckeln, Tassen zu Tellern bieten gute Vorerfahrungen für Kinder. Diejenigen, die dieses Prinzip verstanden haben, wissen, dass jedem Objekt im Rahmen eines Zählvorgangs genau ein Zahlwort zuzuordnen ist.

- **Prinzip der stabilen Rangfolge:** Die Reihenfolge der Zahlwörter bleibt immer gleich: „eins“, „zwei“, „drei“ ... Hat ein Kind die stabile Rangfolge der Zahlwörter verstanden, so weiß es, dass die Abfolge der Zahlen beim Zählen und deren Zuordnung zu den entsprechenden Mengen nie variiert.

- **Kardinalitätsprinzip:** Beim Abzählen gibt das letzte Zahlwort die Anzahl der gezählten Objekte an. Kinder, die das Kardinalitätsprinzip begriffen haben, wissen, dass durch Zählen die Größe einer Menge ermittelt wird.

- **Prinzip der Irrelevanz der Reihenfolge:** Werden die ersten Prinzipien beachtet, so spielt die Reihenfolge, in der eine gegebene Menge abgezählt wird, keine Rolle. Die Kinder erkennen, dass sie bei einem beliebigen Objekt mit dem Zählen beginnen können.

- **Abstraktionsprinzip:** Zahlwörter beschreiben eine Menge und nicht eine bestimmte Art von Dingen (wie z. B. Hund). Mit Zahlwörtern werden also keine konkreten Gegenstände beschrieben, sondern deren Verhältnismäßigkeit zu weiteren Dingen abstrahiert. Es lässt sich fast alles zählen (Hunde, Kinder, Schritte etc.). Hat ein Kind die Abstraktion des Zählvorgangs verstanden, begreift es, dass jede beliebige Art von Objekten auf die gleiche Weise zählbar ist.

Kinder entdecken Zahlen in ganz unterschiedlichen Kontexten. Je nach Zusammenhang können Zahlen verschiedene Aspekte bezeichnen: Zahlen beschreiben die Anzahl von Elementen einer Menge („drei Äpfel“), sie stehen für eine Folge, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe durchlaufen wird (als drittes Kind in der Kita angekommen), sie sind Maßzahlen für Größen (drei Jahre alt), sie bezeichnen die Wiederholungen einer Handlung (dreimal gehüpft), oder sie dienen als Code (Telefonnummer „3538“).

Die Zahlwörter in derselben (richtigen) Abfolge zu nennen, ist eine wichtige Voraussetzung für das Zählen und Rechnen. Kinder sagen diese zu Beginn wie ein Gedicht auf. Eine genaue Vorstellung, was die einzelnen Zahlwörter bedeuten und wie mit ihnen umgegangen werden kann, entwickelt sich mit der Zeit. Aber genau das „Aufsagen“ gilt es wertzuschätzen, denn wenn dieser Prozess sicher und fast automatisiert beherrscht wird, wird die Verarbeitung neuer Informationen erleichtert.

Bei der Auseinandersetzung mit Uhren erfahren die Kinder die verschiedenen Funktionen von Zahlen und Ziffern. Zahlen können Zeitpunkte („um 15 Uhr“) und Zeitdauern („für drei Stunden“) beschreiben und geben bei Zeitmessungen an, wie viel Zeit vergangen ist. Ziffern finden sich auf vielen Uhren, Kalendern und Stoppuhren. Dabei läuft die Zeit unabhängig vom jeweiligen subjektiven Empfinden ab (auch wenn die Zeit manchmal schnell oder langsam zu vergehen scheint), aber sie lässt sich mit einer Uhr ziemlich genau messen. Und mit bestimmten Uhrzeiten werden zunehmend bestimmte Ereignisse, wie das Aufstehen, das Mittagessen, die Lieblingssendung, verbunden.

Zahlaspekte

Zahlwortreihe

Zeit



LITERATURVERZEICHNIS

- Bostelmann, A. (Hrsg.): Jederzeit Mathezeit! Verlag an der Ruhr, Mülheim 2009. Das Buch zeigt mit vielen Praxisbausteinen, wie die frühe mathematische Bildung gut in den Alltag der Kinder integriert werden kann.
- Ebbutt, S., Mosley, F., Skinner, C.: Mathematische Grundbildung im Kindergarten. Bildungsverlag Eins, Troisdorf 2006. Der Ordner geht auf die verschiedenen mathematischen Bereiche wie „Zahlen und Zählen“, „Erstes Rechnen“ und „Form, Raum und Maße“ ein. Dabei steht im Vordergrund, dass die frühe mathematische Bildung an die Erfahrungen und Kompetenzen der Kinder anknüpft.
- Fthenakis, W. E., Eitel, A.: Dokumentation des Forschkönig-Wettbewerbs. Bildungsverlag Eins, Troisdorf 2008. Dieser Band stellt die Projekte von Kitas in ganz Deutschland vor, die sich am Wettbewerb „Forschkönig“ der Deutschen Telekom Stiftung beteiligt haben. 18 Projekte zur naturwissenschaftlichen, mathematischen und technischen Bildung werden in diesem praxisnahen Band beschrieben, von Ideen zur Projektfindung über Durchführung sowie mögliche Weiterentwicklungen. Die im Buch enthaltene CD zeigt die Umsetzung dieser Bildungsinhalte in den einzelnen Einrichtungen und lässt die Erzieherinnen und Erzieher ihre wertvolle Arbeit kommentieren.
- Fthenakis, W. E., Schmitt, A., Daut, M., Eitel, A., Wendell, A.: Natur-Wissen schaffen. Band 2: Frühe mathematische Bildung. Bildungsverlag Eins, Troisdorf 2009. Wie können pädagogische Fachkräfte in der Kita mit Kindern den Sinn für Mathematik weiterentwickeln und die Mathematik in das Bildungsgeschehen integrieren? Sehr umfangreich stellt das Buch neben den Zielen und Inhalten der frühen mathematischen Bildung die entwicklungspsychologischen Grundlagen und didaktischen Vorschläge zur frühen Mathematik dar. Zudem liefern verschiedene Beispiele konkrete Handlungsanregungen für die Praxis.
- Hoenisch, N., Niggemeyer, E.: Mathe-Kings. Junge Kinder fassen Mathematik an. Verlag das Netz, Weimar/Berlin 2007. Das Buch gibt viele Anregungen zu verschiedenen mathematischen Bereichen, wie „Sortieren und Klassifizieren“, „Muster“, „Zahl“, „Raum und Geometrie“, „Wiegen, Messen und Vergleichen“ sowie „grafische Darstellung und Statistik“.



- Pauen, S., Herber, V. (Hrsg.): Offensive Bildung – Vom Kleinsein zum Einstein. Cornelsen Scriptor, Berlin 2009. Was benötigen Erwachsene, um für Kinder gute Begleiter im Lernprozess zu sein? Ausgehend von dieser Leitfrage, beleuchtet das Buch die frühe naturwissenschaftliche und mathematische Bildung mit Schwerpunkt auf der Entwicklung des Denkens und der Vorstellung verschiedener Förderansätze und deren Umsetzung in der Praxis.
- Peter-Koop, A., Grüßing, M.: Mit Kindern Mathematik erleben. Erhard Friedrich Verlag, Seelze 2007. Das kommentierte Foto-Bilderbuch zeigt Erwachsenen auf eindrucksvolle Weise, wo Kinder die Mathematik im Alltag überall entdecken und erleben.
- Stiftung Haus der kleinen Forscher (Hrsg.): Philosophie, pädagogischer Ansatz und praktische Hinweise zur Umsetzung, www.haus-der-kleinen-forscher.de, 2010. Diese Publikation fasst die pädagogischen Leitlinien „Ko-Konstruktion“ und „Metakognition“ der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ zusammen und gibt anhand konkreter Beispiele viele Hinweise zur Umsetzung dieser Konzepte in die Praxis.

LESE- UND FILM-TIPPS

- Beutelsbacher, A., Wagner, M.: Wie man durch eine Postkarte steigt. Verlag Herder, Freiburg im Breisgau 2008. Mathematische Experimente, Mathematik zum Anfassen und Selbermachen, das stellen die beiden Autoren auf unterhaltsame und interessante Art und Weise dar.
- Blum, W.: Was ist was – Mathematik. Tessloff Verlag, Nürnberg 2008. Dieses Buch bestätigt, dass Mathematik nicht staubtrocken und langweilig ist, sondern fesseln kann, so dass man alles um sich herum vergisst.
- Österreicher, H.: Das Zahlenheft. Verlag das Netz, Weimar/Berlin 2008. Zahlen von eins bis zehn einmal anders. Die Rolle, die sie in der Mathematik und anderen Feldern wie der Biologie, den Geowissenschaften oder der Architektur spielen, lässt die Zahlen in einem neuen Licht erscheinen.

- Wehrli, U.: Kunst aufräumen. Kein&Aber Verlag, Zürich 2004.

Dieses Buch besticht durch seinen Witz und seine charmant verrückten Ideen. Ob beispielsweise Werke von Klee, Kandinsky, Matisse oder van Gogh, all diese und viele weitere werden nach Farbe und Form sortiert und „ordentlich aufgeräumt“. Ein Buch für alle, die Humor lieben.

- Elschenbroich, D., Schweitzer, O.: Das Kind ist begabt. München 2007.

Der einfühlsame Film zeigt begabte Kinder in ihrem Spiel, im Forschen und Erfinden. So wird ein mathematisch begabter Junge portraitiert, wie er ausdauernd Maschinen bastelt, keine Gelegenheit auslässt zu zählen und zu rechnen. Das Werk zeigt Beispiele aus Bildungseinrichtungen, die den Kindern Freiräume und Zeit zur Verfügung stellen und sie in ihrer Entwicklung begleiten.

- Elschenbroich, D., Schweitzer, O.: Die Befragung der Welt – Kinder als Naturforscher. Frankfurt/Main 2005.

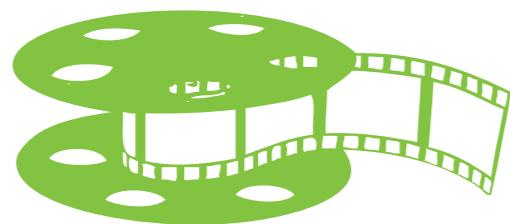
Dieser Film zeigt Beispiele naturwissenschaftlicher und technischer Bildung in Kitas. Ganz unterschiedliche Kinder werden in ihrem Experimentieren und Forschen, bei ihren Fragen und Beobachtungen und in ihrer Freude unterstützt. So verschieden die pädagogischen Ansätze sind, sie zielen auf ein nachhaltiges Interesse, auf die Freude am Lernen der Naturwissenschaften, ab.

- Philibert, N.: Sein und haben. Originaltitel: Être et avoir, Ventura Film 2002.

In der Zwergschule von Saint-Etienne-sur-Usson in der Auvergne unterrichtet der Lehrer Georges Lopez 13 Schülerinnen und Schüler zwischen drei und elf Jahren in einer einzigen Klasse. Geduldig begleitet er die Kinder beim Lernen. Es ist ihm ein Anliegen, dass sie sich physisch und psychisch gesund entwickeln.

- Stiftung Haus der kleinen Forscher (Hrsg.): Kleine Forscher pädagogisch begleiten. Berlin 2010.

Dieser Film greift das pädagogische Konzept der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ auf und bietet Fachkräften anschaulich Hilfestellung bei der Begleitung von Kindern im Kita-Alltag. Kinder werden als aktiv lernende, neugierige und weltoffene Individuen ernst genommen. Ihre vorhandenen Kompetenzen und ihre Erfahrungswelt werden wertgeschätzt.



DANKSAGUNG

In dieser Broschüre sind viele Ideen und Anregungen aus unterschiedlichen Kitas eingegangen. Dafür dankt das Team der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ herzlich! Besonderer Dank gilt der Kita im Reha-Zentrum in Berlin, die der Stiftung Bildmaterial für diese Broschüre zur Verfügung gestellt hat.

IMPRESSUM

© 2011 Stiftung Haus der kleinen Forscher
 Herausgeber: Stiftung Haus der kleinen Forscher
 Projektleitung: Dr. Janna Pahnke
 Konzeption und redaktionelle Leitung: Eva Suermann
 Redaktionelle Mitarbeit: Dagmar Winterhalter-Salvatore
 Produktionsleitung: Dana Schumacher
 Fotonachweis: Thomas Ernst, Berlin; Stiftung Haus der kleinen Forscher, Berlin
 Design: spreetelier GmbH, Berlin
 Druck: Format Druck und Medienservice GmbH, Berlin

Stiftung Haus der kleinen Forscher

Rungestraße 18

10179 Berlin

Telefon: 030 27 59 59-0

Fax: 030 27 59 59-209

info@haus-der-kleinen-forscher.de

www.haus-der-kleinen-forscher.de